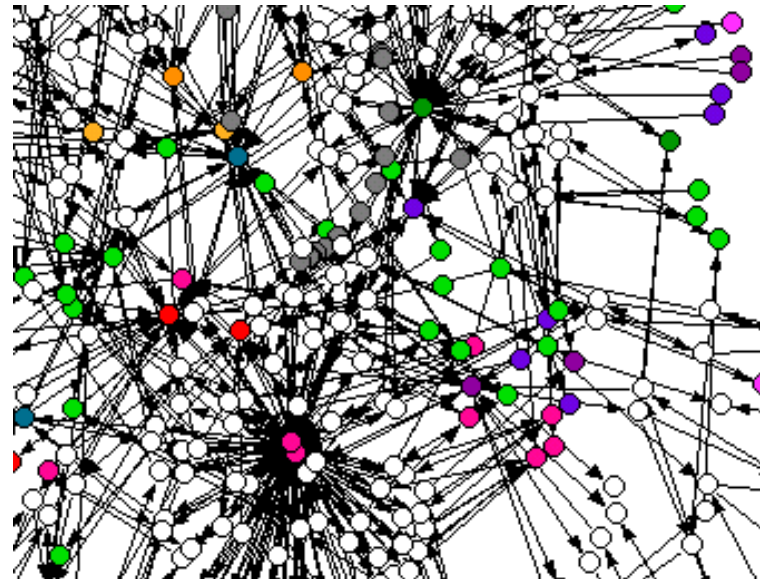


Centrala noders roll i katastrofer och andra besvärligheter

28e November, 2003

Petter Holme

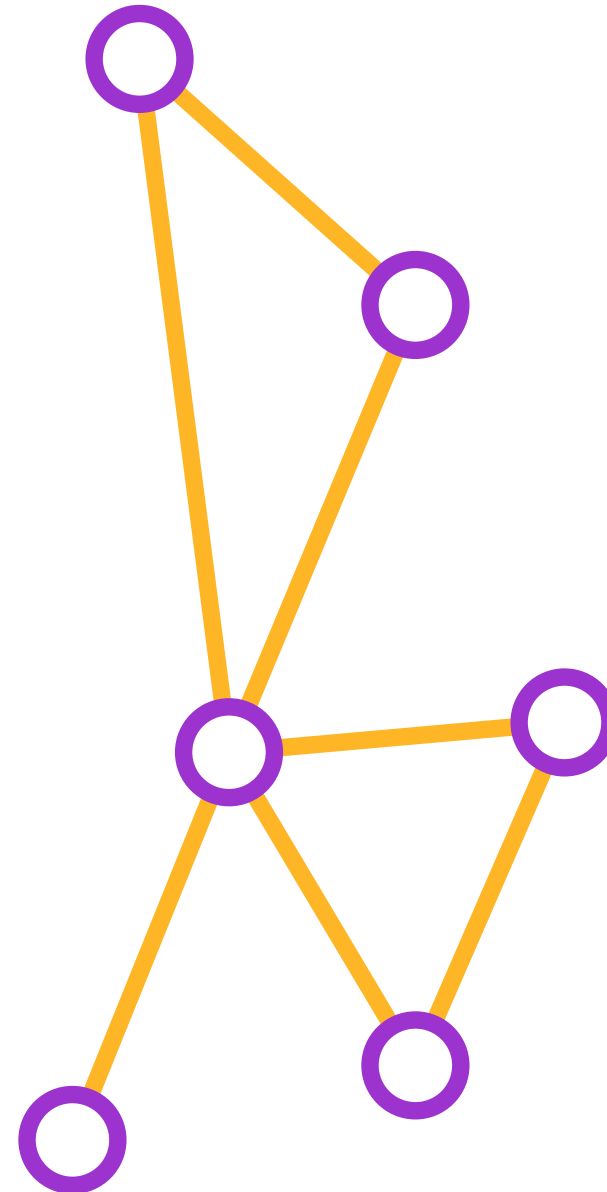
Institutionen för fysik,
Umeå Universitet, Umeå
NORDITA, Köpenhamn



GRAFER

Alla system med parvis interagerande förmål kan modelleras som grafer.

En graf $G = (V, E)$ är en mängd V av *noder* (hörn) och en mängd av *länkar* (kanter)—oordnade par av noder.



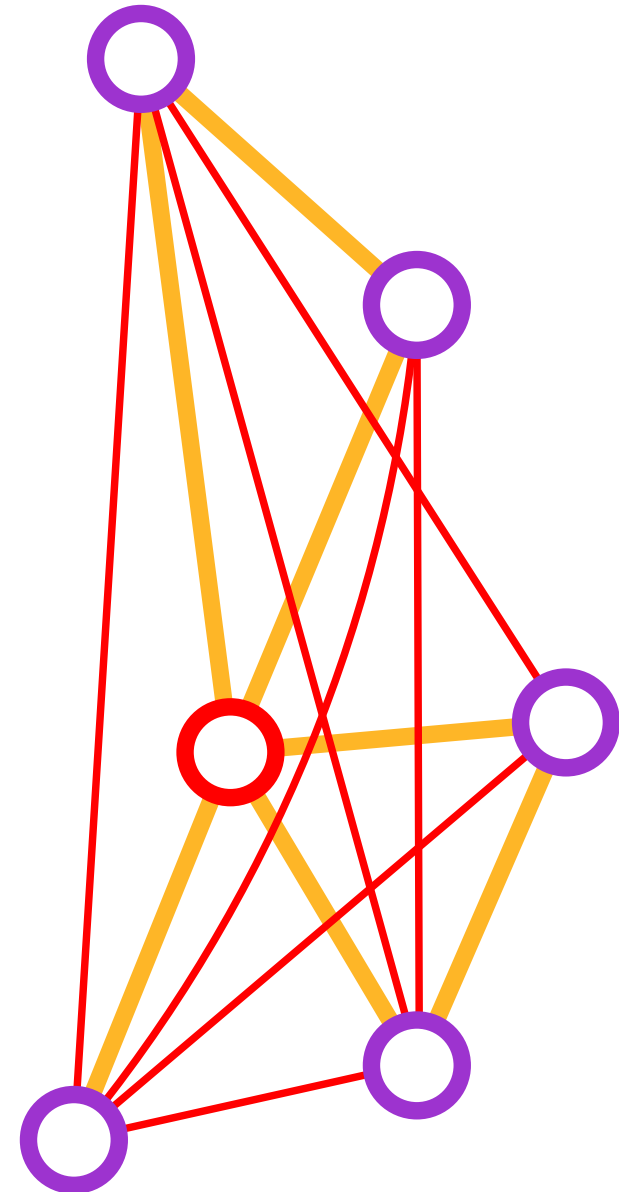
BETWEENNESS-CENTRALITET

Matematiskt definieras *nod-betweenness* $C_B(v)$ som

$$C_B(v) = \sum_{u \in V} \sum_{w \in V \setminus \{u\}} \frac{\sigma_{uw}(v)}{\sigma_{uw}}, \quad (1)$$

där σ_{uw} är antalet geodeter mellan u och w , och $\sigma_{uw}(v)$ är antalet geodeter mellan u och w som passerar v . På samma vis kan man definiera *länk-betweenness*

$$C_B(e) = \sum_{u \in V} \sum_{w \in V \setminus \{u\}} \frac{\sigma_{uw}(e)}{\sigma_{uw}}, \quad (2)$$



ATT MÄTA ATTACKSÅRBARHET

Petter Holme, Beom Jun Kim, Chang No Yoon, and Seung Kee Han, *Attack vulnerability of complex networks*, Phys. Rev. E **65**, 056109 (2002).

Nätverksattack: Att ta bort noder eller länkar så att framkomlighet och avstånd försämras så mycket som möjligt (med någon mer eller mindre effektiv algoritm).

Mått av attacksårbarhet baseras på takten av förändring av något mått av hur sammanhängande nätverket är, t.ex. medelvärdet av inversa geodetiska avstånd

$$\ell^{-1} = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{v,w \in V} \frac{1}{d(v,w)} \quad (3)$$

eller storleken på det största sammanhängande klustret.

ATTACKSTRATEGIER

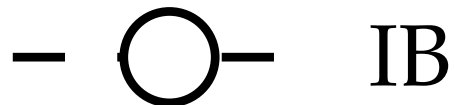
Att räkna ut den mest effektiva attacksekvensen är ett NP-fullständigt problem. Istället har man studerat olika fixa attackstrategier.

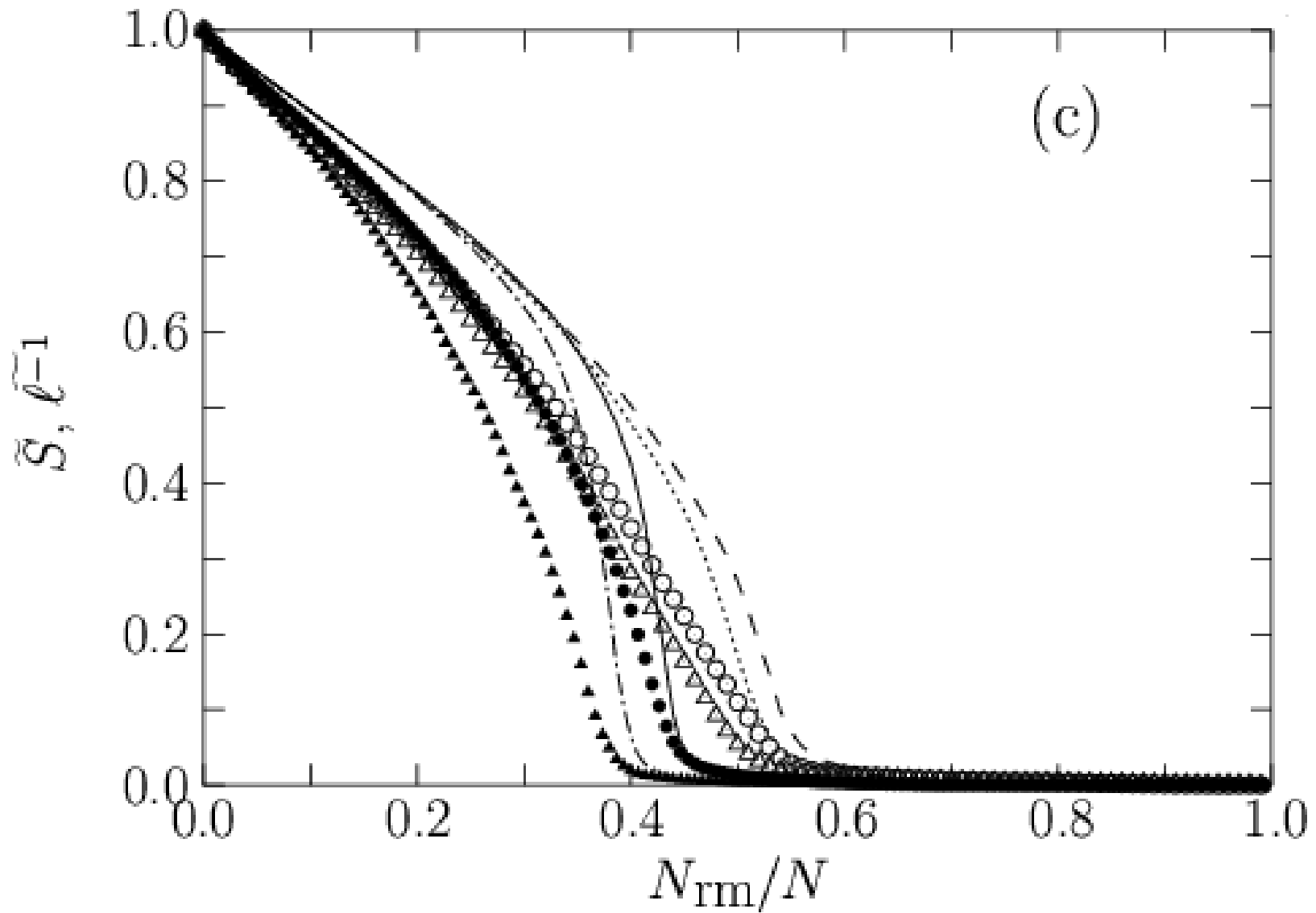
- Borttagning m.a.p. ursprunglig degree. (Jeong et al.) *ID*
- Borttagning m.a.p. omkalkylerad degree. (Broder et al.) *RD*
- Borttagning m.a.p. ursprunglig betweenness. *IB*
- Borttagning m.a.p. omkalkylerad betweenness. *RB*

NODATTACK

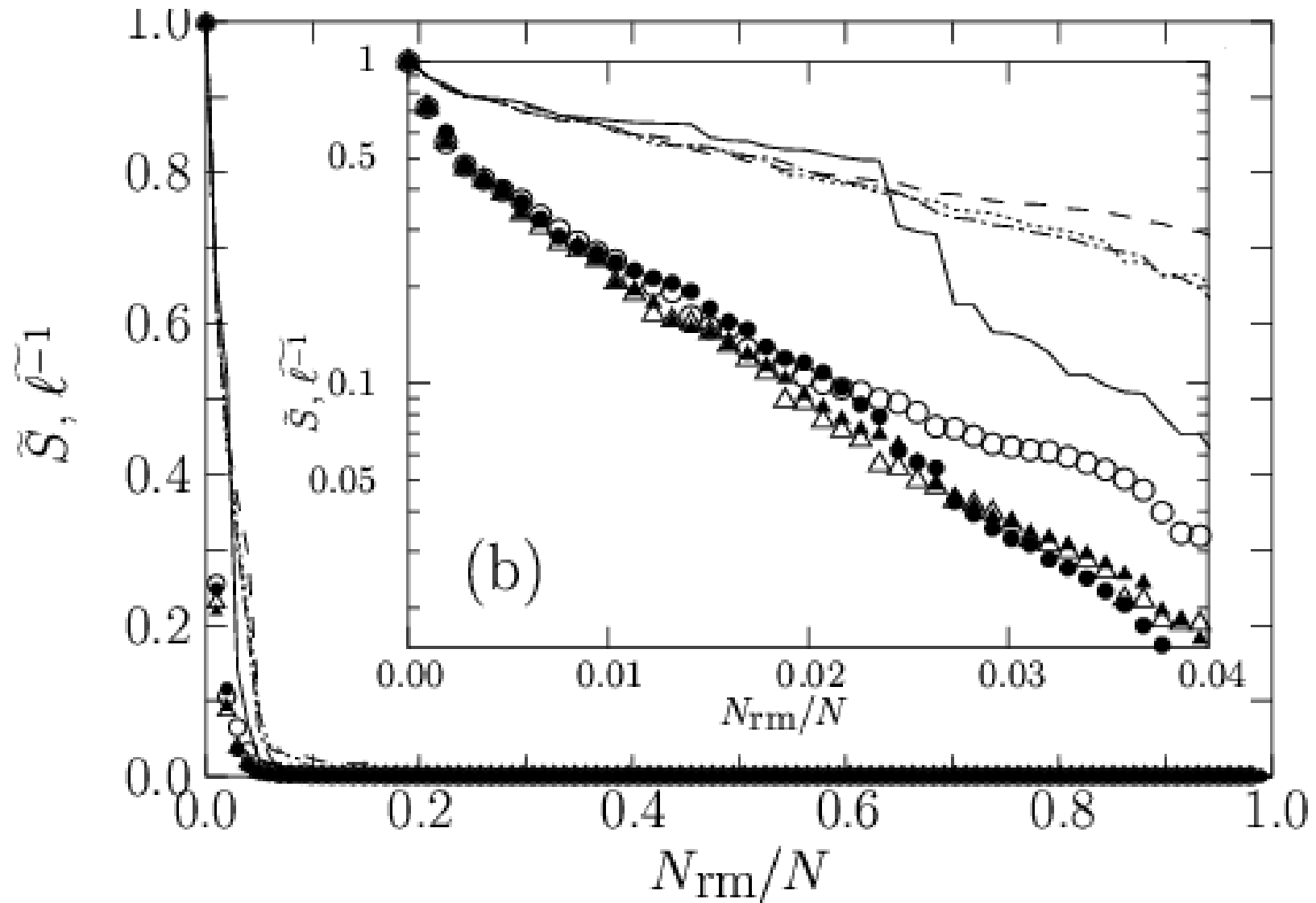
Vi testar sex typer av nätverk:

- Internet på Autonomous System nivå.
- Vetenskapliga samarbetsnätverk.
- Erdős-Rényi modellen.
- Barabási-Albert modellen för skalfria nätverk.
- Watts-Strogatz small-world nätverksmodell.
- En modell med skalfri degree distribution med hög klustring (stort antal trianglar).

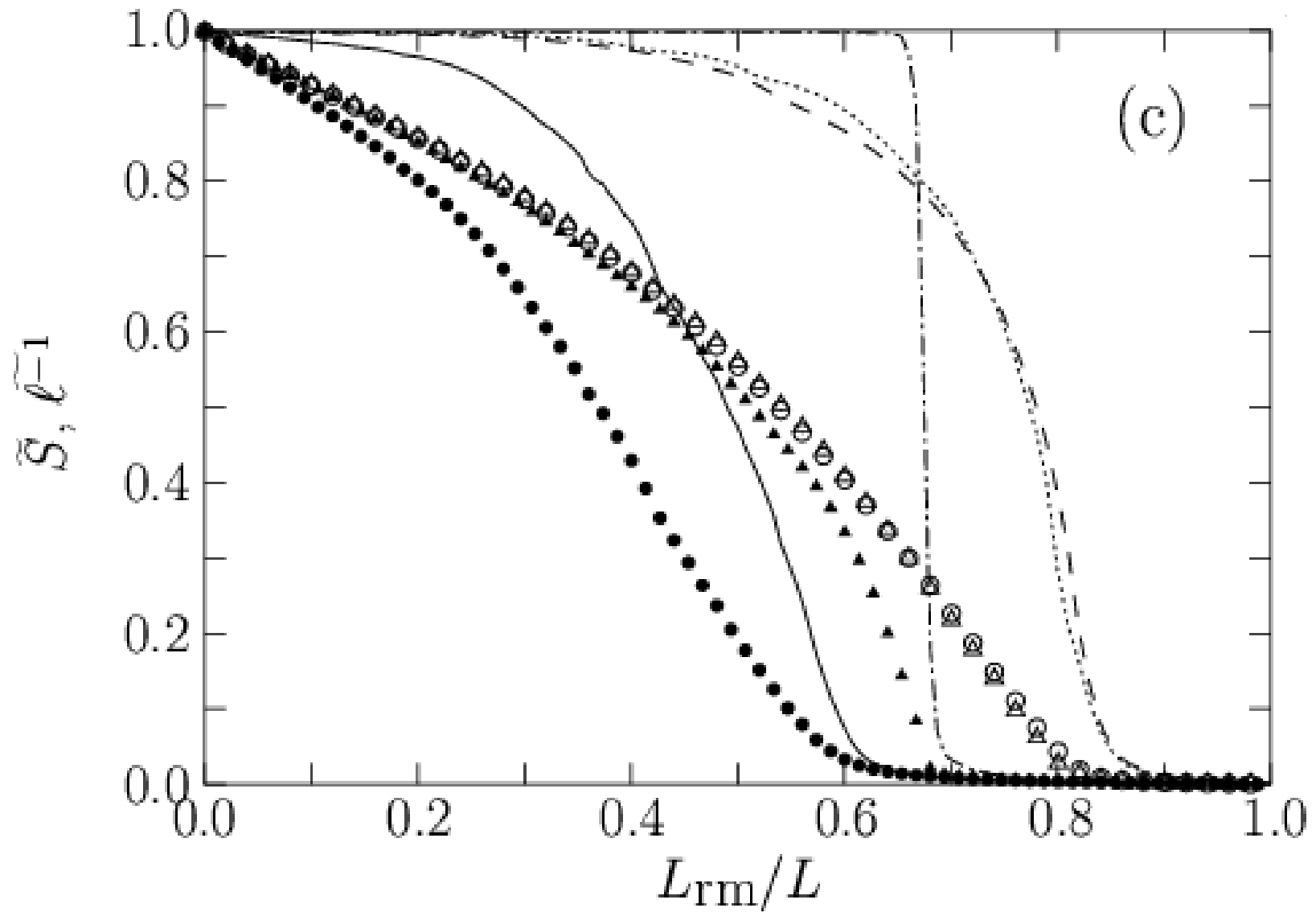




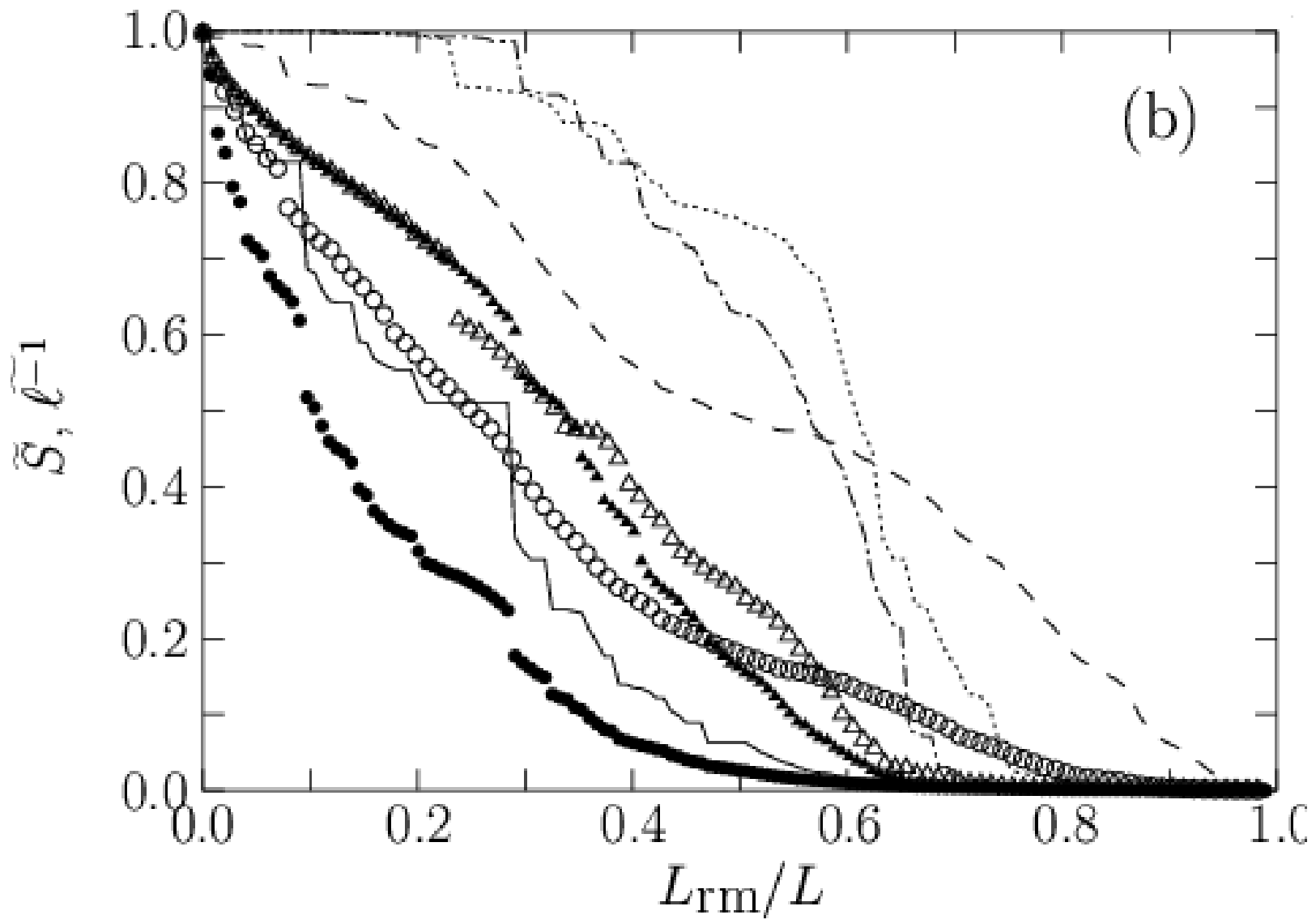
Erdős-Rényi modellen.



Internet på AS nivå.



Erdős-Rényi modellen.



Internet på AS nivå.

SLUTSATSER I

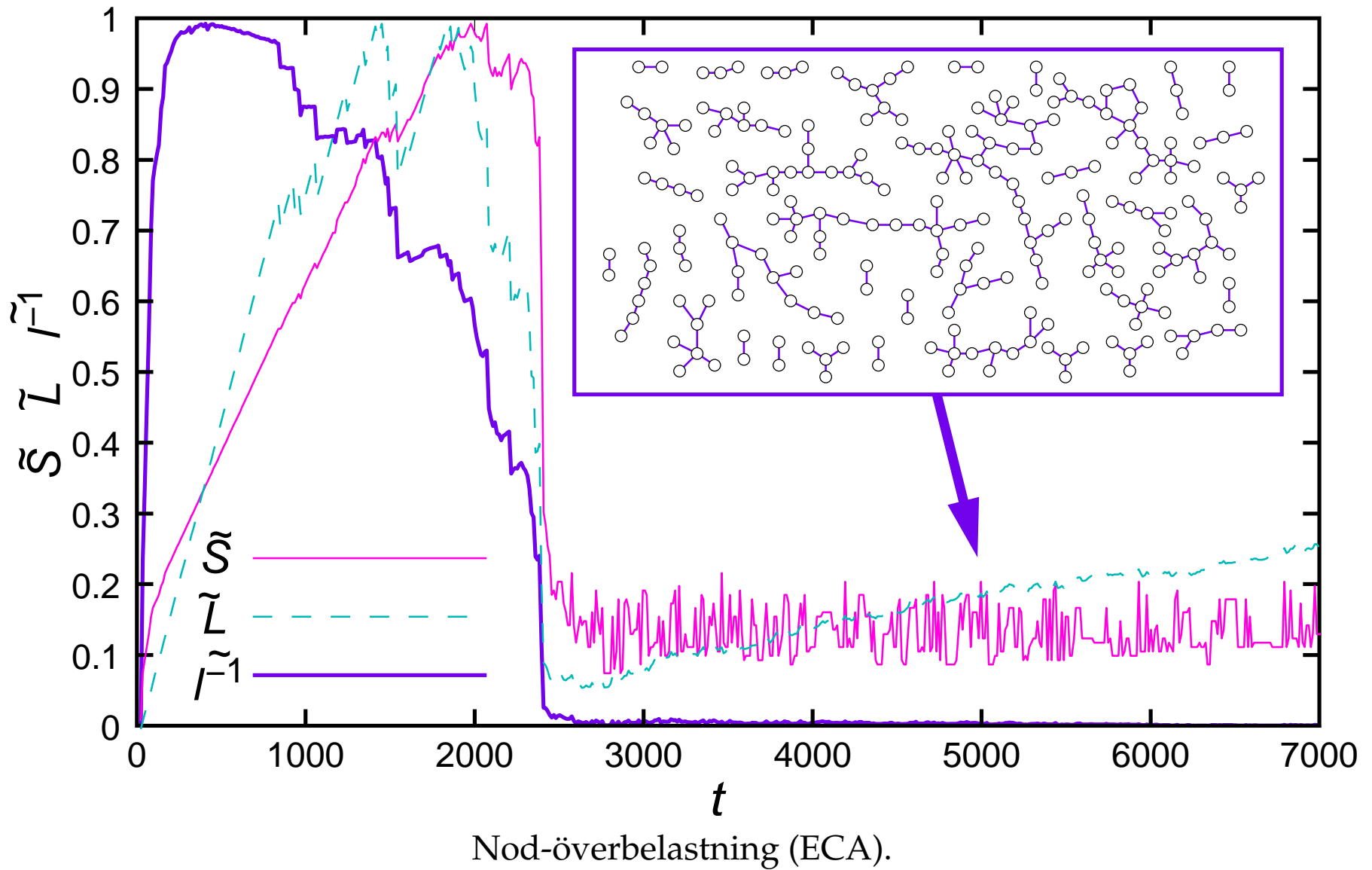
- För länk-attack är nästan alltid RB effektivast följt av IB eller RD och, sist, ID.
- För nod-attack är RD eller RB effektivast.
- För nod-attack och vissa kombinationer av nätverk och N_{rm} är ID mest effektivt. Detta betyder förmodligen att den allra mest effektiva attack-sekvensen inte ges av någon av dessa strategier.

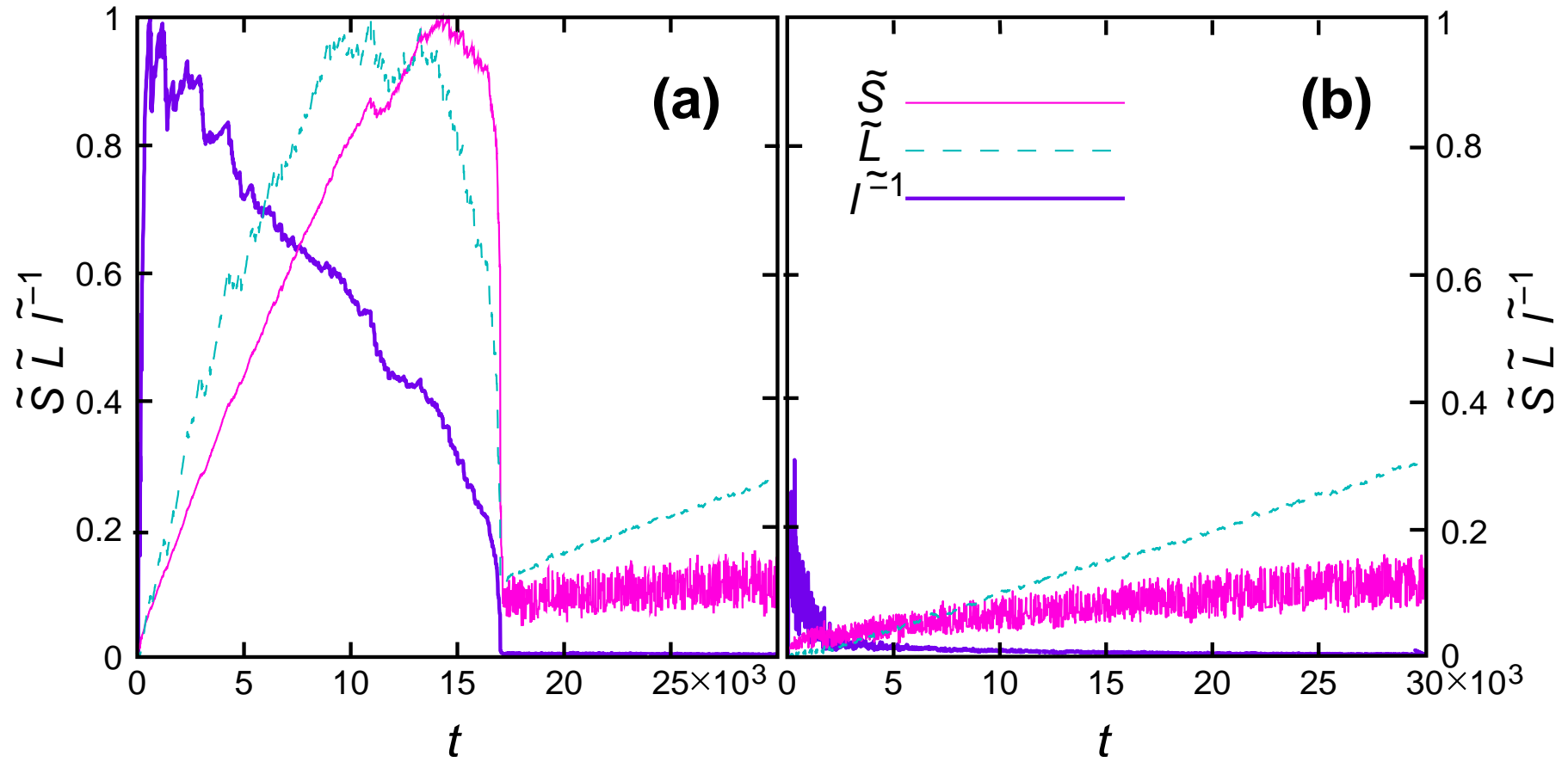
ÖVERBELASTNINGSKASKADER

Petter Holme and Beom Jun Kim, *Vertex overload breakdown in evolving networks*, Phys. Rev. E **65**, 066109 (2002).

Petter Holme, *Edge overload breakdown in evolving networks*, Phys. Rev. E **66**, 036119 (2002).

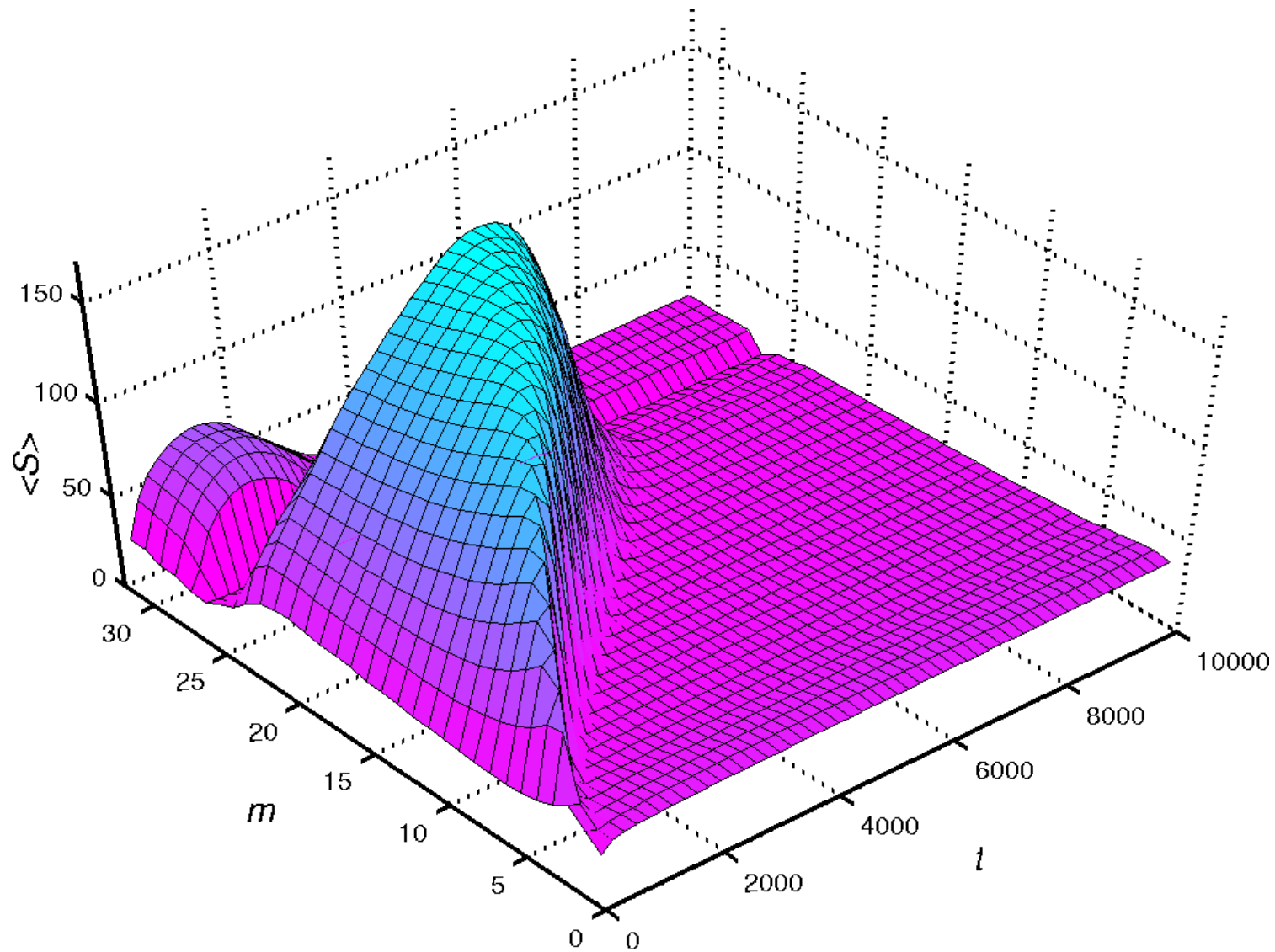
- Nätverk växer med preferential attachment (vilket ger power-law fördelad degree distribution).
- När betweenness når ett visst tröskelvärde går noden eller länken sönder.
- Två belastningsfall motsvarande att trafiken från en nod är konstant (ICA) eller proportionellt mot storleken på nätverket (ECA).



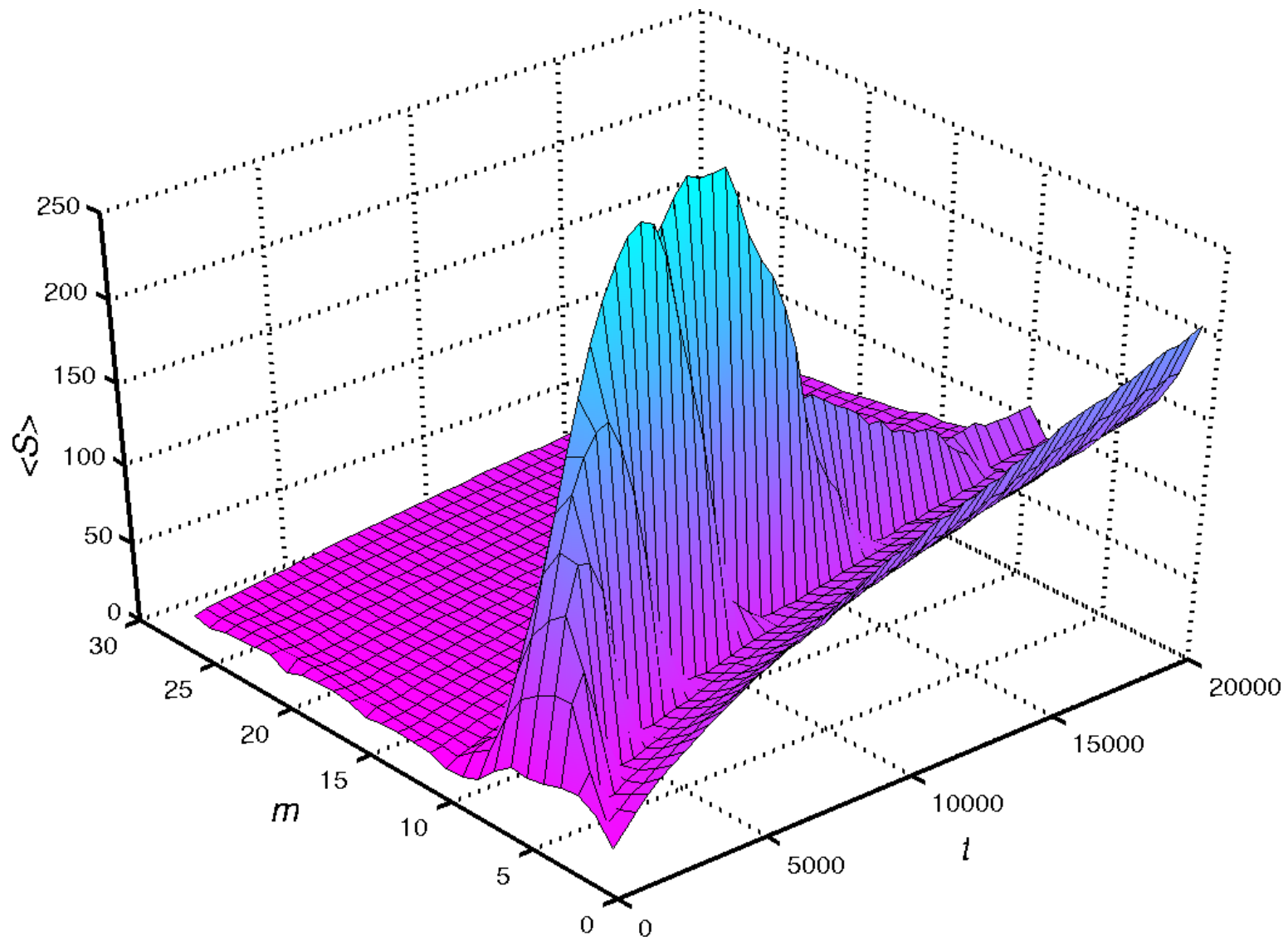


Nod-överbelastning (ICA).

...ibland växer ingen giant component fram.

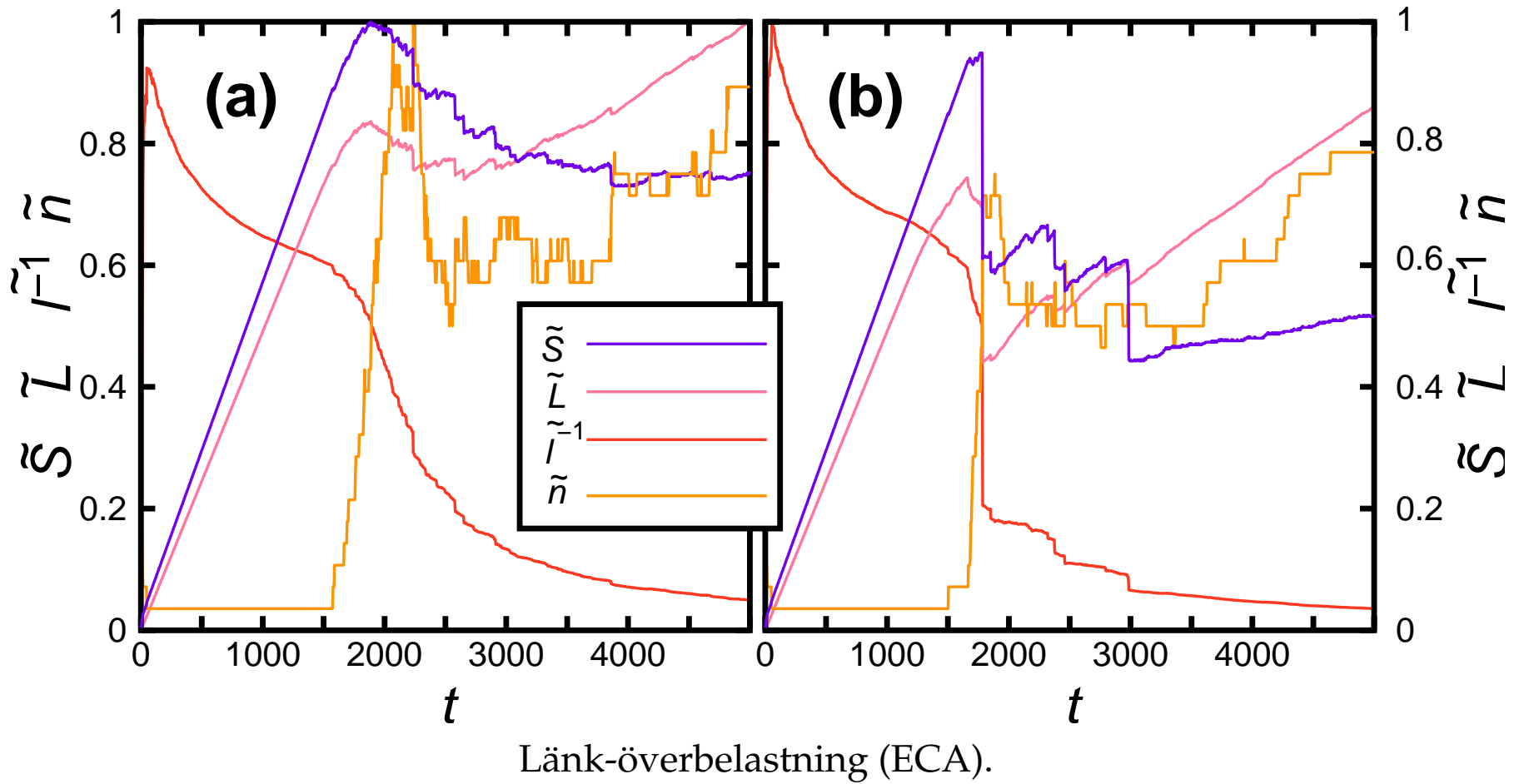


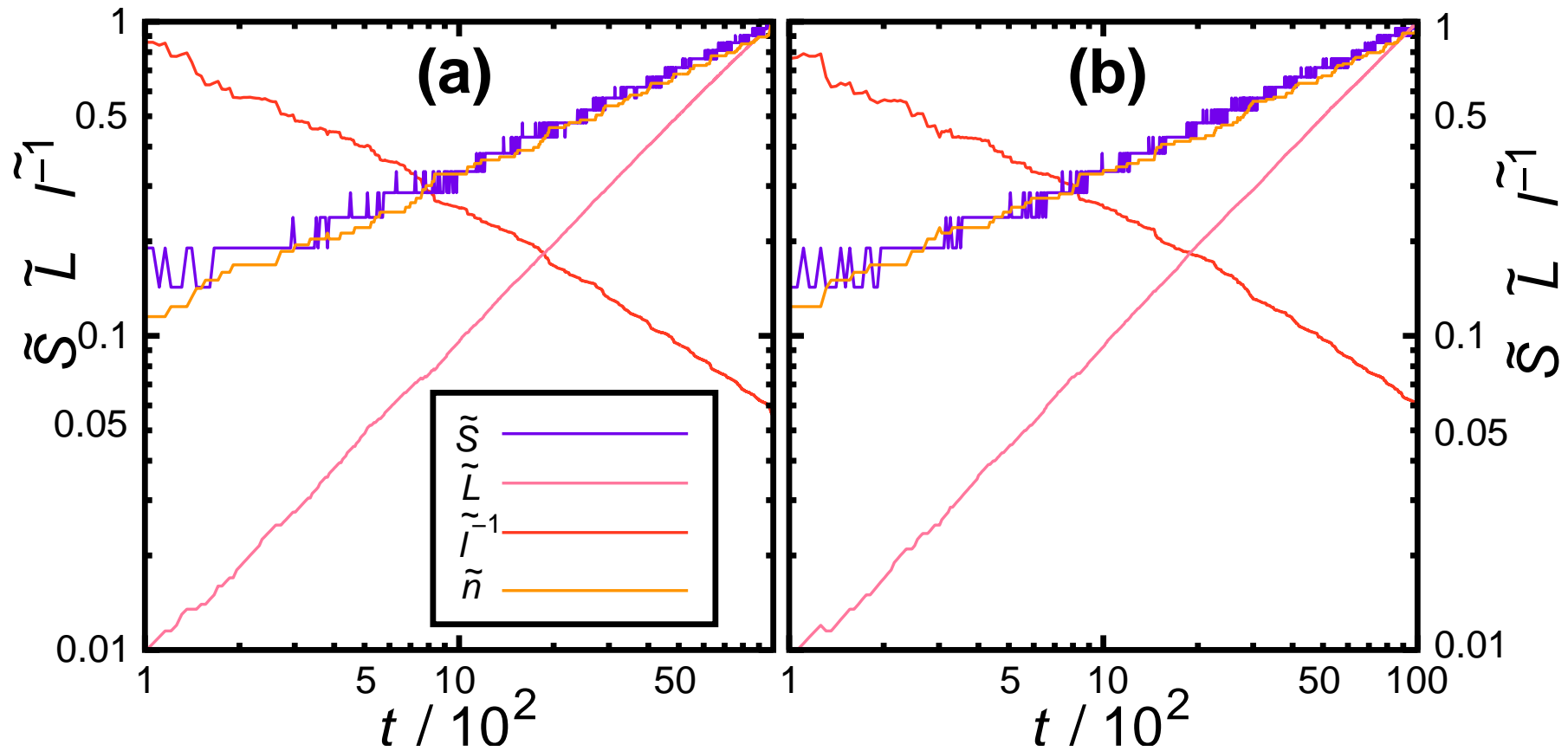
Nod-överbelastning (ECA).



Nod-överbelastning (ICA).

LÄNKÖVERBELASTNING





Länk-överbelastning (ICA).

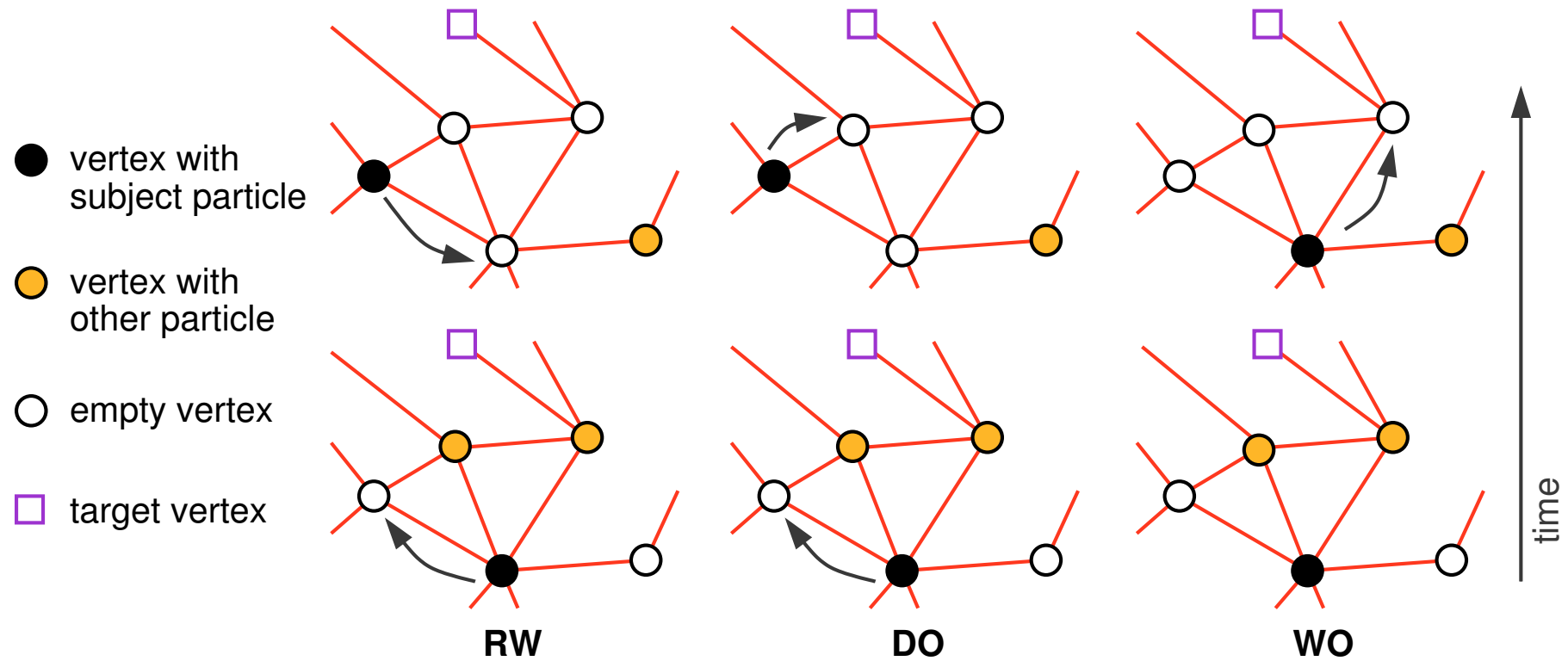
SLUTSATSER II

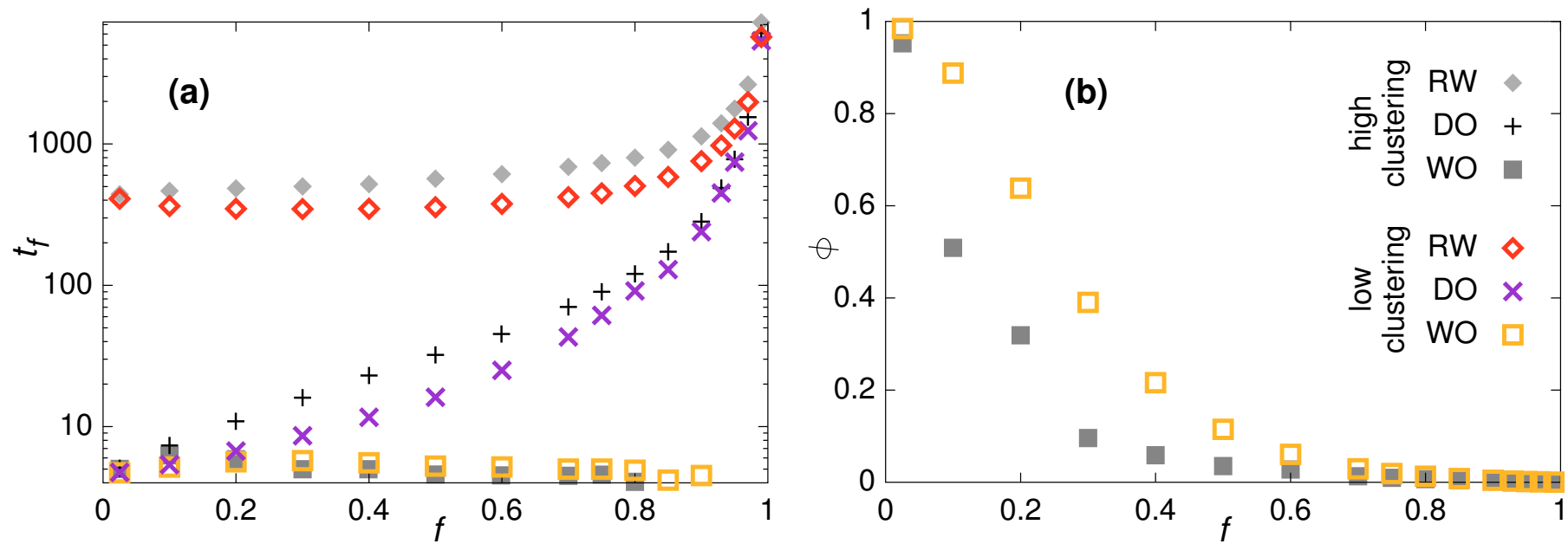
- Nod-överbelastning och ICA länk-överbelastning har tre faser: Tillväxt, sönderbrott & reparation och irreparabel kollaps.
- För nod-överbelastning finns en specifik medel-degree som maximerar den maximala storleken av nätverket.

TRAFIKSTOCKNINGKÄNSLIGA SYSTEM

Petter Holme, *Congestion and centrality in traffic flow on complex networks*, Adv. Complex Syst. **6**, 163-176 (2003).

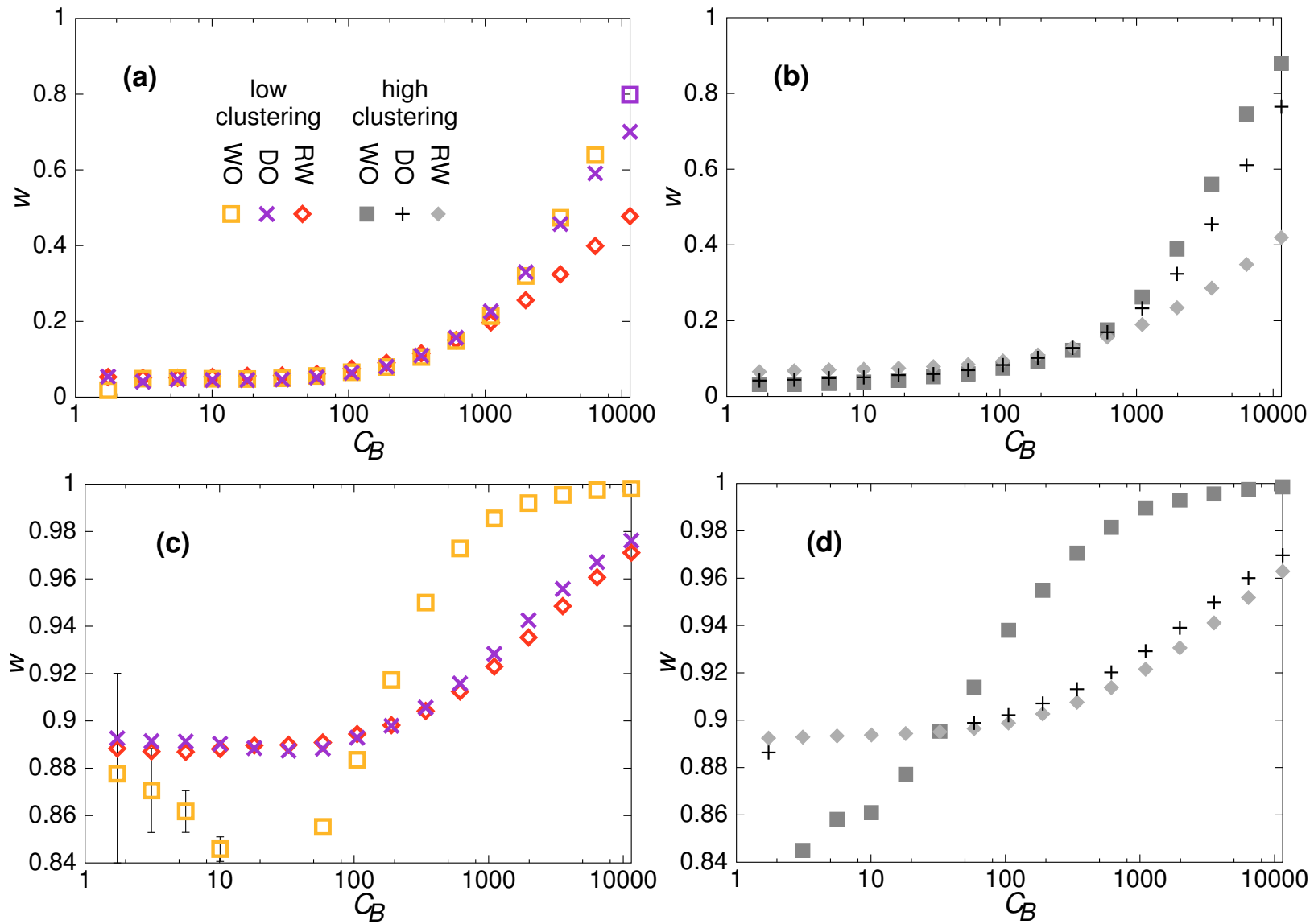
- n agenter (eller partiklar) som rör sig mellan startpunkter och mål (och får nya mål när de når ett).
- Maximalt en agent kan stå på en nod.
- Agenterna uppdateras sekventiellt.
- Tre olika strategier.
- BA modell för underliggande nätverk.





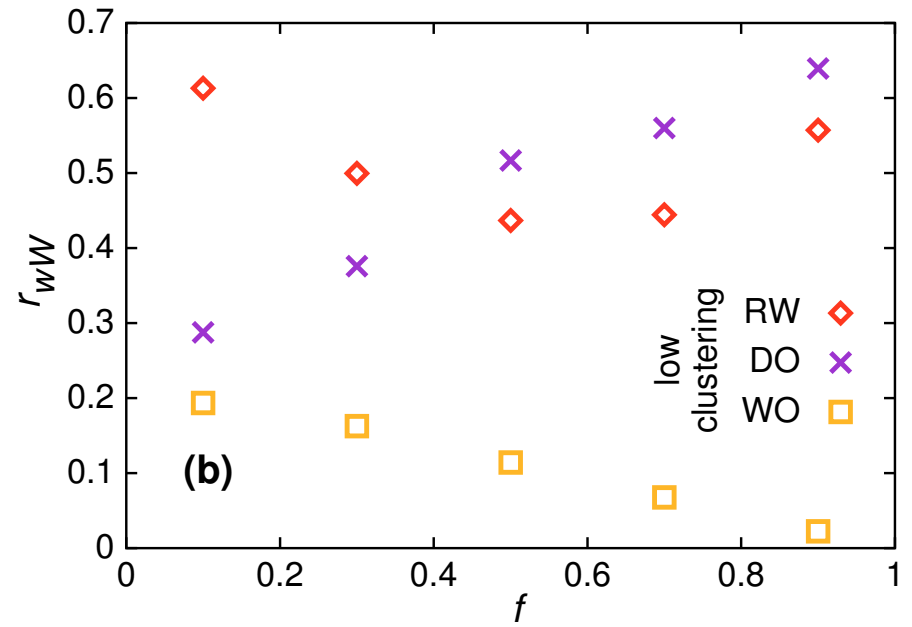
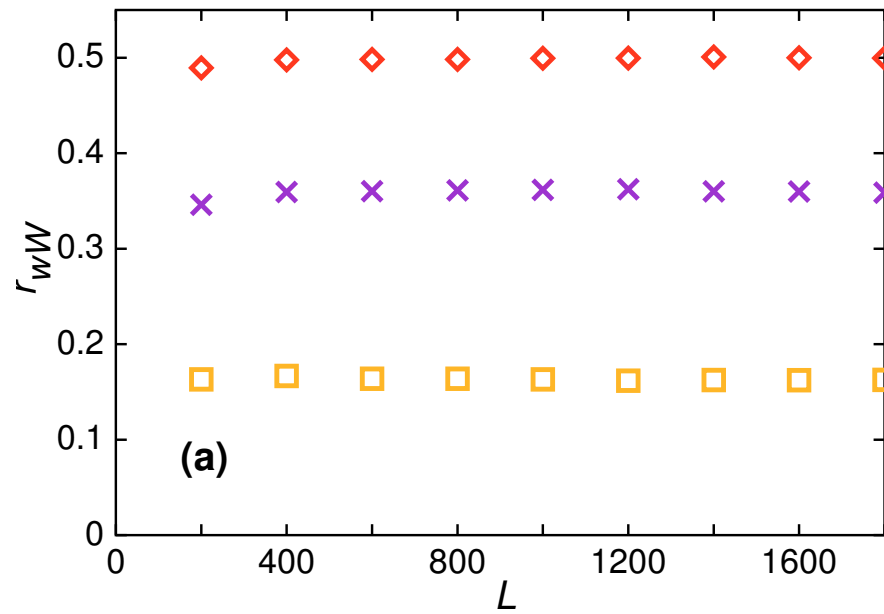
...WO är snabbast så länge som systemet inte kör fast, annars är DO snabbast.

BETWEENNESS VS TRAFIKDENSITET



Betweenness vs trafikdensitet

(continued)



SLUTSATSER III

- I vissa fall med tät trafik är betweenness långt ifrån proportionell mot trafikintensiteten.
- Att vara granne till en nod med stor degree kan vara lika illa som att själv ha hög degree.